

ĆWICZENIE 4

Badanie stanów nieustalonych w obwodach RL, RC i RLC przy wymuszeniu stałym

1. Cel ćwiczenia

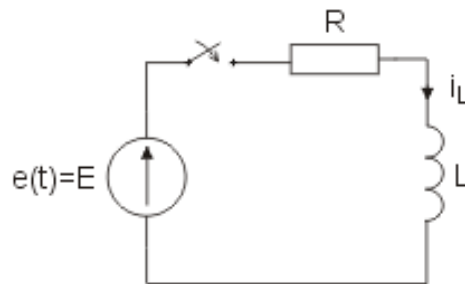
- ◆ Zapoznanie się z rozplywem prądów, rozkładem w stanach nieustalonych w obwodach szeregowych RL, RC i RLC
- ◆ Zapoznanie się ze sposobami obliczeń stanów nieustalonych metodą klasyczną i operatorową
- ◆ Symulacja cyfrowa stanu nieustalonego przy załączaniu napięcia stałego na gałąź RL
- ◆ Symulacja cyfrowa stanu nieustalonego przy załączaniu napięcia stałego na gałąź RC
- ◆ Symulacja cyfrowa stanu nieustalonego przy załączaniu napięcia stałego na gałąź RLC
- ◆ Obserwacja przebiegów i badanie charakteru stanu nieustalonego
- ◆ Określanie stałej czasowej
- ◆ Określenie częstotliwości drgań własnych

2. Wprowadzenie teoretyczne

Ćwiczenie ma na celu badanie przebiegów napięć i prądów w stanach nieustalonych w obwodach RL, RC i RLC przy załączeniu napięcia stałego.

2.1. Stan nieustalony w szeregowym obwodzie RL przy załączeniu napięcia stałego

Jako pierwszy przykład rozpatrzmy stan nieustalony w obwodzie szeregowym RL przy zerowych warunkach początkowych i załączeniu napięcia stałego jak to zostało w symboliczny sposób przedstawione na rys. 1. Zerowe warunki początkowe obwodu oznaczają, że $i_L(0^-) = 0$.



Rys. 1. Obwód szeregowy RL przy załączeniu napięcia stałego

Po przełączeniu w obwodzie RL powstaje stan nieustalony, który po określonym czasie prowadzi do powstania nowego stanu ustalonego wynikającego z nowego układu połączeń elementów. Stan nieustalony jest superpozycją stanu ustalonego i przejściowego. Prąd cewki określony jest następującym wzorem

$$i_L(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}} \right)$$

Wprowadzając pojęcie **stałej czasowej** τ obwodu RL

$$\tau = \frac{L}{R}$$

rozwiązanie na prąd cewki w stanie nieustalonym można zapisać w postaci

$$i_L(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

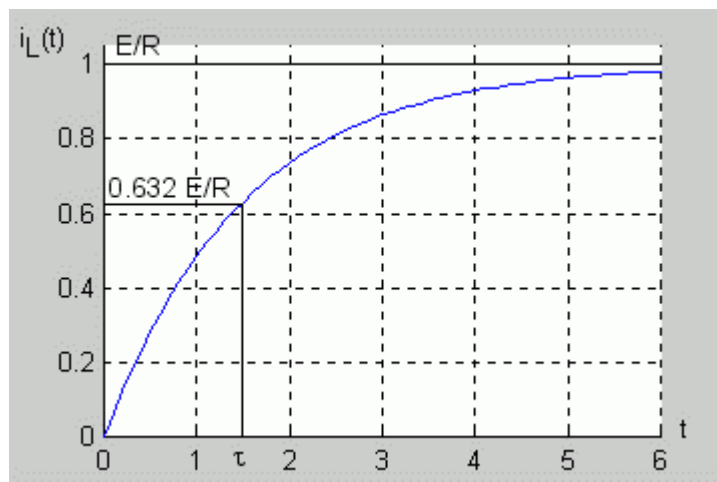
Jest to przebieg typu wykładniczego, w którym stan przejściowy trwa tym dłużej im dłuższa jest stała czasowa. Praktycznie po 5 stałych czasowych stan przejściowy w obwodzie zanika przechodząc w stan ustalony.

Wyznaczanie stałej czasowej

Stalą czasową obwodu RL można wyznaczyć na podstawie zarejestrowanego przebiegu nieustalonego bez znajomości wartości rezystancji i indukcyjności. Zauważmy, że dla $t = \tau$ prąd cewki przyjmuje wartość

$$i_L(\tau) = \frac{E}{R} (1 - e^{-1}) = 0,632 \frac{E}{R}$$

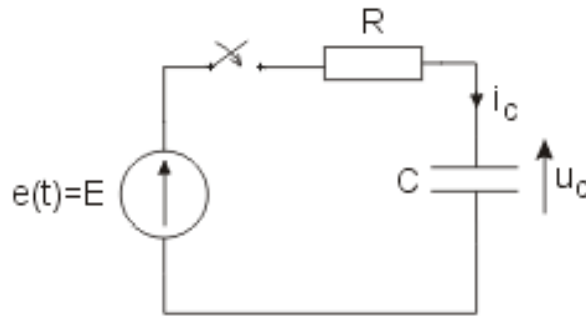
Oznacza to, że wartość prądu $i_L(t)|_{t=\tau} = 0,632 \frac{E}{R}$ wyznacza na osi odciętych wartość stałej czasowej. Sposób wyznaczania stałej czasowej zilustrowany jest na rys. 2.



Rys. 2. Ilustracja sposobu wyznaczania stałej czasowej na podstawie zarejestrowanego przebiegu prądu cewki

2.2. Stan nieustalony w gałęzi szeregowej RC przy załączeniu napięcia stałego

Rozpatrzmy stan nieustalony w obwodzie szeregowym RC przy zerowych warunkach początkowych i załączeniu napięcia stałego (rys. 2).



Rys. 3. Załączenie napięcia stałego do obwodu szeregowego RC

Wobec braku zasilania w obwodzie przed przełączeniem w warunki początkowe obwodu są zerowe, co oznacza, że $u_C(0^-) = 0$.

Po przełączeniu powstaje w obwodzie stan nieustalony, który po pewnym czasie prowadzi do powstania nowego stanu ustalonego.

Rozwiązanie czasowe określające przebieg napięcia na kondensatorze przyjmuje więc postać

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Wprowadzając pojęcie **stałej czasowej** τ obwodu RC jako iloczynu rezystancji R i pojemności C

$$\tau = RC$$

rozwiązanie na napięcie kondensatora w stanie nieustalonym można zapisać w postaci

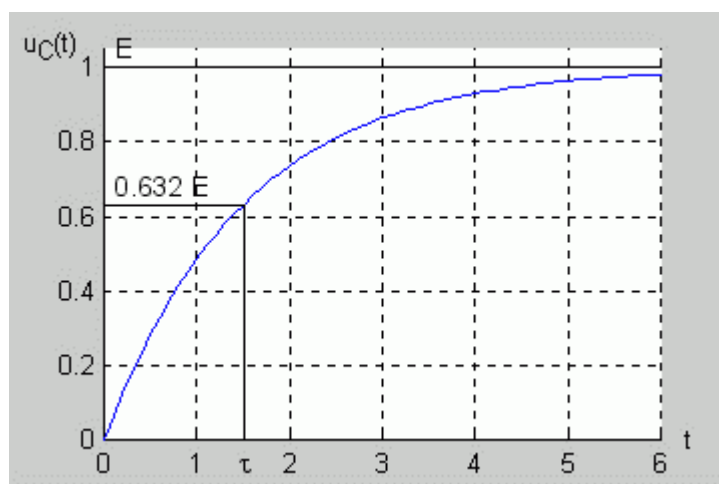
$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Jednostką stałej czasowej w obwodzie RC jest sekunda.

Stałą czasową można wyznaczyć bezpośrednio na podstawie zarejestrowanego przebiegu nieustalonego bez znajomości wartości rezystancji i pojemności, podobnie jak to miało miejsce w przypadku obwodu RL. Zauważmy, że dla $t = \tau$ napięcie na kondensatorze przyjmuje wartość

$$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,632E$$

Oznacza to, że napięcie $u_C(t)|_{t=\tau} = 0,632E$ wyznacza na osi odciętych wartość stałej czasowej. Ilustruje to rys. 4.

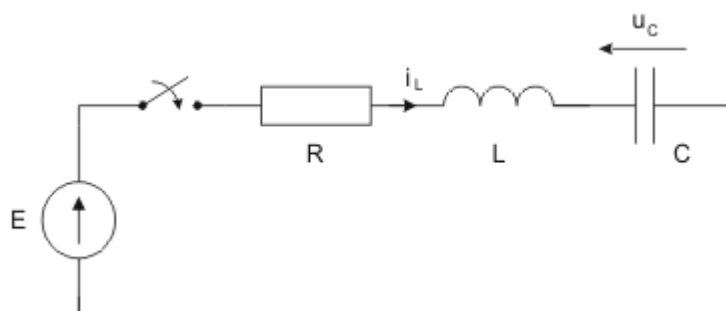


Rys. 4. Wyznaczanie stałej czasowej obwodu RC na podstawie przebiegu czasowego napięcia kondensatora

2.3. Stan nieustalony w gałęzi szeregowej RLC przy załączeniu napięcia stałego

Jednym z najważniejszych przypadków stanu nieustalonego są zjawiska powstające w obwodzie RLC – rys. 5. – zawierającym jednocześnie cewkę i kondensator. W obwodzie takim powstają godne uwagi zjawiska, które znalazły ogromne zastosowanie w wielu dziedzinach elektroniki i elektrotechniki.

W zależności od wartości rezystancji mogą powstać trzy przypadki rozwiązania: przypadek oscylacyjny, gdy aktualna rezystancja obwodu jest mniejsza od krytycznej, przypadek aperiodyczny krytyczny, gdy ta rezystancja jest równa rezystancji krytycznej oraz przypadek aperiodyczny, gdy rezystancja obwodu jest większa od krytycznej. Szczególnie interesujący jest przypadek oscylacyjny, w którym przy zasilaniu obwodu napięciem stałym powstają drgania sinusoidalne o tłumionej amplitudzie. Przy rezystancji równej zero w obwodzie powstają drgania sinusoidalne niegasnące.



Rys. 5. Załączenie napięcia stałego do obwodu szeregowego RLC

Wobec zerowych warunków początkowych (brak wymuszenia w obwodzie przed przełączeniem) mamy $u_C(0^-) = 0$, $i_L(0^-) = 0$.

W wyniku analizy operatorowej stanu nieustalonego otrzymuje się wzór na transformatę prądu w obwodzie

$$I(s) = \frac{E/s}{sL + R + 1/sC} = \frac{E/L}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

Dla wyznaczenia transformaty odwrotnej należy obliczyć pierwiastki mianownika transmitancji, czyli

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

W wyniku rozwiązania tego równania otrzymuje się dwa pierwiastki (bieguny układu)

$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

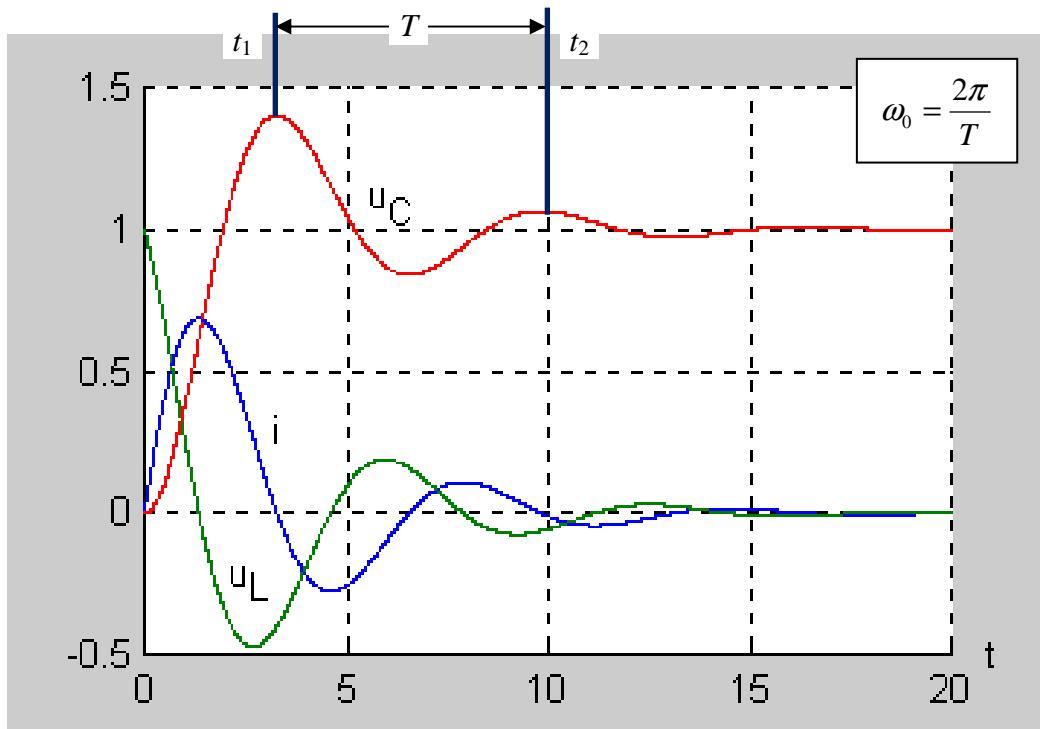
$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Z postaci wzoru opisującego bieguny wynika, że w zależności od znaku funkcji podpierwiastkowej możliwe są 3 przypadki rozwiązania.

- Przypadek **aperiodyczny** dla $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Przy spełnieniu tego warunku oba bieguny są rzeczywiste i ujemne. Charakter zmian prądu w obwodzie w stanie przejściowym jest aperiodyczny (nieokresowy) zanikający do zera w sposób wykładniczy.
- Przypadek **aperiodyczny krytyczny** występujący dla $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Przy spełnieniu tego warunku oba bieguny są rzeczywiste i równe sobie. Charakter zmian prądu w obwodzie w stanie przejściowym jest również aperiodyczny, podobnie jak w przypadku pierwszym, ale czas dochodzenia do wartości ustalonych (z określoną tolerancją) jest najkrótszy z możliwych.
- Przypadek **oscylacyjny** (periodyczny) występujący dla $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Przy spełnieniu tego warunku oba bieguny są zespolone (zespolony i sprzężony z nim). Charakter zmian prądu w obwodzie w stanie przejściowym jest sinusoidalny tłumiony, o oscylacjach zanikających do zera.

Rezystancja $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ nazywana jest rezystancją krytyczną i oznaczana w postaci R_{kr} .

W ćwiczeniu należy badać wszystkie wymienione przypadki zmieniając parametry obwodu i obserwując uzyskane w programie komputerowym przebiegi. Stałe czasowe obwodów wyznacza się w podobny sposób jak opisano w punkcie dotyczącym obwodów RL i RC. Sposób pomiaru częstotliwości drgań własnych ω_0 przedstawiony jest na rys. 6.



Rys. 6. Sposób pomiaru częstotliwości drgań własnych w obwodzie RLC dla przypadku oscylacyjnego

Dla określenia częstotliwości drgań własnych w obwodzie RLC dla przypadku oscylacyjnego należy wyznaczyć chwile czasowe dwóch kolejnych punktów na wykresie odległych od siebie o okres częstotliwości drgań własnych np. przejścia przez zero bądź ekstremów przebiegu: maksimum lub minimum. Na rysunku 6 przedstawiono pomiar okresu dla dwóch kolejnych maksimumów:

$$t_1 = 2,86 \text{ s}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad T = t_2 - t_1 = 7,14 \text{ s}$$

$$f_0 = \frac{1}{T} = 0,14 \text{ Hz} \quad \text{i ostatecznie} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 0,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

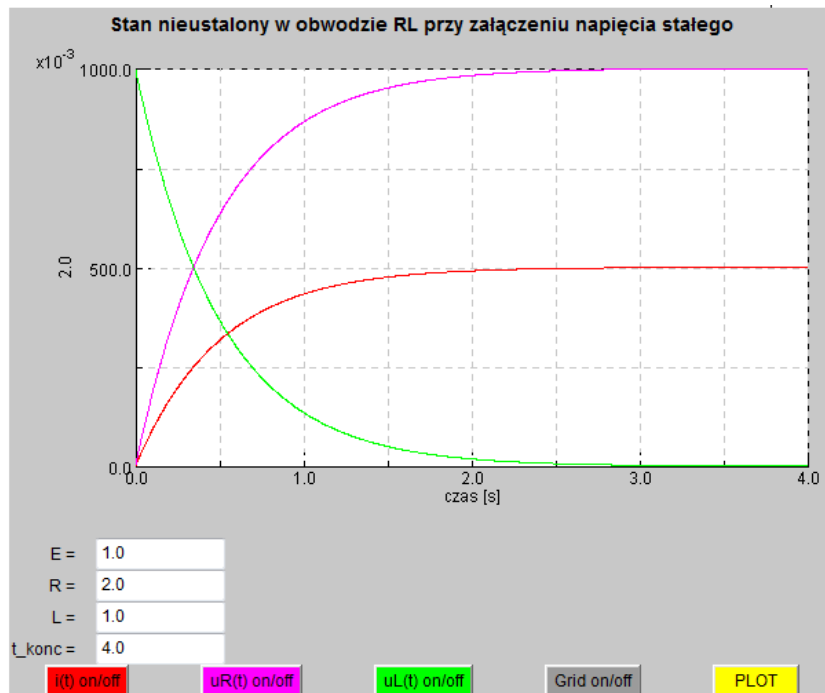
3. Program komputerowy do symulacji stanów nieustalonych w obwodach szeregowych RLC przy załączeniu napięcia stałego

Do badań symulacyjnych stanów nieustalonych w obwodach szeregowych RLC przy załączeniu napięcia stałego użyte będą 3 programy komputerowe dostępne na stronie WWW Laboratorium:

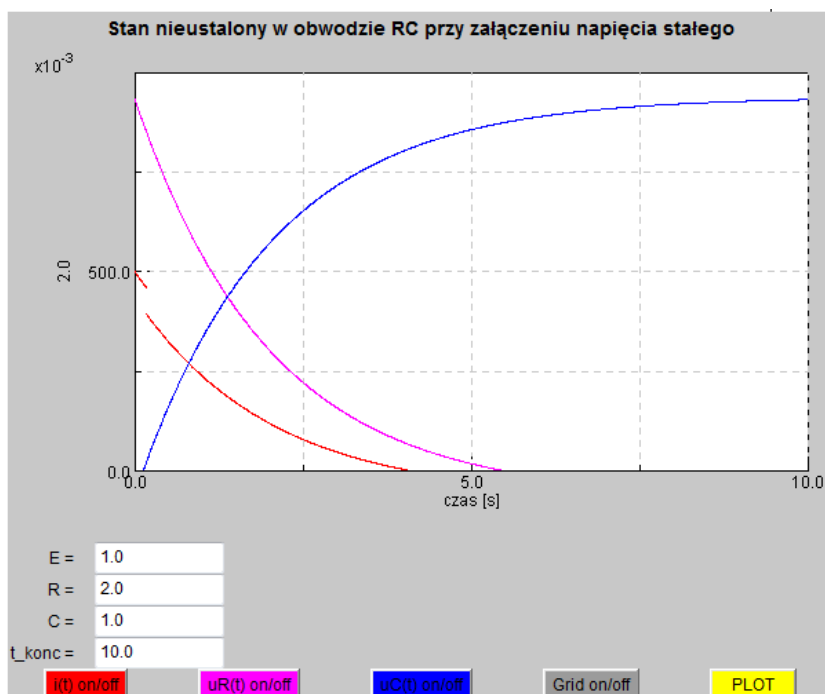
- dla obwodu RL: http://wikidyd.iem.pw.edu.pl/index.cgi/LWO/LWO_cw4
- dla obwodu RC: http://wikidyd.iem.pw.edu.pl/index.cgi/LWO/LWO_cw4rc
- dla obwodu RLC: http://wikidyd.iem.pw.edu.pl/index.cgi/LWO/LWO_cw4rlc

Są to programy napisane w Javie, uruchamiane bezpośrednio z przeglądarki internetowej bez potrzeby instalacji w komputerze studenta. Do działania wymagana jest jedynie obecność darmowej maszyny wirtualnej Javy (jre). W razie braku maszyny wirtualnej na komputerze zostanie wyświetlony odpowiedni komunikat z propozycją jej pobrania i zainstalowania.

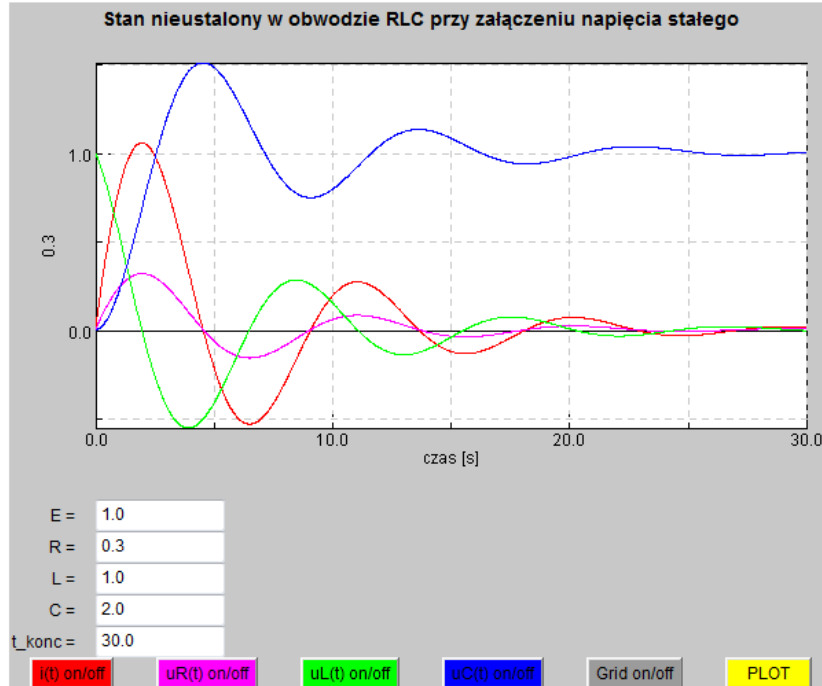
Rysunki 7, 8 i 9 przedstawiają główne okna programów do symulacji stanów nieustalonych przy załączaniu napięcia stałego na gałęzie szeregowo odpowiednio: rysunek 7 – RL, rysunek 8 – RC i rysunek 9 – RLC.



Rys. 7. Okno programu do symulacji stanów nieustalonych przy załączeniu wymuszenia napięciowego na gałąź szeregową RL



Rys. 8. Okno programu do symulacji stanów nieustalonych przy załączeniu wymuszenia napięciowego na gałąź szeregową RC



Rys. 9. Okno programu do symulacji stanów nieustalonych przy załączeniu wymuszenia napięciowego na gałąź szeregową RLC

Interfejs użytkownika każdego programu posiada te same elementy:

- okno graficzne zawierające wykresy napięć i prądów,
- panel umożliwiający wpisanie wartości elementów obwodu,
- okno edycyjne pozwalające na podanie czasu symulacji – czas początkowy załączenia napięcia przyjmuje się równy zero,
- różnokolorowe przyciski włączające wyświetlanie w oknie graficznym przebiegów, kolor przycisku odpowiada kolorowi przebiegu na rysunku,
- szary przycisk włączający i wyłączający siatkę (Grid on/off),
- żółty przycisk przerysowujący wykresy (PLOT).

4. Program badań

4.1. Badanie stanu nieustalonego w obwodzie RL

Dla kilku badanych obwodów RL (o różnych wartościach R i L) należy obserwować przebiegi wszystkich napięć na elementach i prąd w obwodzie. Należy określić wartość stałej czasowej τ z przebiegu i porównać ją z wartością wyliczoną teoretycznie. Wyniki wpisać do tabeli.

Zbadać wpływ wartości napięcia załączanego do obwodu na przebiegi.

LP.	R	L	τ zmierzone	τ obliczone
1.				
2.				
3.				

4.2. Badanie stanu nieustalonego w obwodzie RC

Dla kilku badanych obwodów RC (o różnych wartościach R i C) należy obserwować przebiegi wszystkich napięć na elementach i prąd w obwodzie. Należy określić wartość stałej czasowej z przebiegu i porównać ją z wartością wyliczoną teoretycznie. Wyniki wpisać do tabeli.

Zbadać wpływ wartości napięcia załączanego do obwodu na przebiegi.

LP.	R	C	τ zmierzone	τ obliczone
1.				
2.				
3.				

4.3. Badanie stanu nieustalonego w obwodzie RLC

Dla kilku badanych obwodów RLC (o różnych wartościach R, L i C) należy obserwować przebiegi wszystkich napięć na elementach i prąd w obwodzie.

Należy określić wartość stałej czasowej z przebiegu i porównać ją z wartością wyliczoną teoretycznie. Wyniki wpisać do tabeli.

LP.	R	L	C	τ zmierzone	τ obliczone
1.					
2.					
3.					

Określić częstotliwości drgań własnych z przebiegów i porównać ją z wartością wyliczoną teoretycznie. Wyniki wpisać do tabeli.

LP.	R	L	C	t_1	t_2	T	f_0	ω_0
1.								
2.								
3.								

Zbadać wpływ wartości napięcia załączanego do obwodu na przebiegi.

5. Opracowanie wyników

Na podstawie zaobserwowanych pomiarów i wykonanych obliczeń należy porównać dokładność metod przybliżonych wyznaczania stałych czasowych i częstotliwości drgań własnych z wyznaczonymi ze wzorów. W każdym przypadku należy zanotować po jakim czasie można uznać stan nieustalony za zakończony.

W sprawozdaniu należy zamieścić własne wnioski i spostrzeżenia.

6. Literatura

1. S. Bolkowski, Teoria obwodów, WNT
2. S. Osowski, K. Siwek, M. Śmiałek, Teoria obwodów, OWPW, Warszawa, 2006
3. K. Mikołajuk, Podstawy analizy obwodów energoelektronicznych, PWN, Warszawa, 1998