

ĆWICZENIE 6

Transmitancje operatorowe, charakterystyki częstotliwościowe układów aktywnych pierwszego, drugiego i wyższych rzędów

1. Cel ćwiczenia

- ◆ Badanie układów pierwszego rzędu – różniczkującego, całkującego i przesuwnika fazowego.
- ◆ Badanie układów drugiego rzędu – filtrów bikwadratowych KHN.
- ◆ Badanie układów wyższych rzędów określonych transmitancją operatorową.
- ◆ Obliczanie i wykreślanie charakterystyk częstotliwościowych.
- ◆ Obliczanie i wykreślanie odpowiedzi na zadane wymuszenia – skok jednostkowy i impuls Diraca.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Ćwiczenie ma na celu zapoznanie się z układami opisanymi transmitancją operatorową i badanie właściwości wybranych układów, najważniejszych z praktycznego punktu widzenia, takich jak układ różniczkujący, całkujący, przesuwnik fazowy, filtry bikwadratowe KHN oraz innych, wyższego rzędu.

Transmitancja operatorowa pozwala wyznaczyć charakterystyki obwodu w stanie ustalonym przy wymuszeniu sinusoidalnym o zmiennej wartości częstotliwości.

Ponadto na podstawie transmitancji operatorowej łatwo jest wyznaczyć odpowiedź wybranego układu na dowolne wymuszenie, w szczególności na impuls Diraca $\delta(t)$ oraz na skok jednostkowy $I(t)$.

2.1. Charakterystyki częstotliwościowe

Charakterystyką częstotliwościową układu nazywać będziemy zależność wartości sygnału wyjściowego tego układu od częstotliwości przy jednostkowym wymuszeniu sinusoidalnym przyłożonym na wejście układu. Nosi ona nazwę transmitancji widmowej układu.

Oznaczmy transmitancję widmową w postaci $T(j\omega)$. Jest ona zdefiniowana jako transmitancja operatorowa dla $s = j\omega$, to znaczy

$$T(j\omega) = T(s) \Big|_{s=j\omega}$$

Transmitancja widmowa reprezentuje sobą liczbę zespoloną będącą funkcją pulsacji ω . Przedstawiając ją w postaci wykładniczej, to jest $T(j\omega) = |T(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$ można zdefiniować dwa rodzaje charakterystyk częstotliwościowych:

- **charakterystyka amplitudowa** przedstawia sobą zależność modułu transmitancji widmowej $T(j\omega)$ od pulsacji ω (częstotliwości f), to jest $|T(j\omega)|$

- **charakterystyka fazowa** określa zależność argumentu transmitancji widmowej $T(j\omega)$ od pulsacji (częstotliwości) to jest $\varphi(\omega)$. Charakterystyka fazowa reprezentuje sobą przesunięcie fazowe między sygnałem wejściowym a wyjściowym dla danej pulsacji ω .

Charakterystyki częstotliwościowe przedstawia się zwykle na wykresie modułu lub fazy w zależności od pulsacji (częstotliwości). Jeśli wielkości podlegające wykreślaniu różnią się znacznie pod względem wartości (np. zmieniają się w zakresie od 1 do 10^6) wygodnie jest wprowadzić skalę logarymiczną zwykle o podstawie 10. Dotyczy to określonego zakresu częstotliwości. W przypadku charakterystyki amplitudowej skalę logarymiczną przelicza się na decybele (dB) definiując **logarymiczną charakterystykę amplitudową**

$$20\log_{10}(|T(j\omega)|)$$

2.2. Charakterystyki częstotliwościowe układu n -tego rzędu

Najbardziej ogólnym przypadkiem jest układ opisany transmitancją operatorową $T(s)$ n -tego rzędu o postaci ogólnej zadanej wzorem

$$T(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Transmitancja widmowa $T(j\omega)$ takiego układu wyznaczana jest z transmitancji operatorowej $T(s)$ przez podstawienie $s=j\omega$. W wyniku otrzymuje się

$$T(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 j\omega + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 j\omega + a_0}$$

Transmitancja widmowa przedstawia sobą funkcję zespoloną pulsacji ω i może być zapisana w postaci ogólnej jako

$$T(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$$

Część rzeczywista $A(\omega)$ i urojona $B(\omega)$ są funkcjami zarówno współczynników a_i , b_i licznika i mianownika transmitancji operatorowej, jak i aktualnej wartości pulsacji ω . Charakterystyka amplitudowa przedstawia sobą moduł transmitancji widmowej określony wzorem

$$|T(j\omega)| = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)}$$

Charakterystyka fazowa jest fazą transmitancji widmowej i wyznaczana jest z zależności

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{B(\omega)}{A(\omega)}\right)$$

2.3. Odpowiedź impulsowa i skokowa układu

Odpowiedzią impulsową układu nazywamy jego odpowiedź czasową na wymuszenie w postaci impulsu Diraca przy zerowych warunkach początkowych obwodu. Dla wyznaczenia odpowiedzi impulsowej wykorzystuje się znajomość transmitancji operatorowej $T(s)$. Transformata funkcji impulsowej Diraca jest równa 1, zatem obliczając odpowiedź obwodu przyjmujemy wymuszenie $X(s)=1$. Bezpośrednio z definicji transmitancji wynika

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Y(s)}{1} \rightarrow Y(s) = T(s)$$

Odpowiedź impulsowa układu jest transformatą odwrotną Laplace'a sygnału $Y(s)$. Stąd

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] = L^{-1}[T(s)]$$

Z powyższej zależności wynika, że odpowiedź impulsowa jest transformatą odwrotną Laplace'a transmitancji operatorowej $T(s)$ układu.

Odpowiedzią skokową układu nazywamy odpowiedź czasową tego układu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego $I(t)$ przy zerowych warunkach początkowych obwodu. Biorąc pod uwagę, że transformata Laplace'a funkcji jednostkowej $I(t)$ jest równa $1/s$ otrzymuje się

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Y(s)}{1/s} \rightarrow Y(s) = T(s) \frac{1}{s}$$

Odpowiedź skokowa jest transformatą odwrotną Laplace'a sygnału $Y(s)$. Stąd

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] = L^{-1}\left[T(s) \frac{1}{s}\right]$$

Odpowiedź skokowa układu jest więc transformatą odwrotną Laplace'a transmitancji operatorowej $T(s)$ tego układu, podzielonej przez zmienną zespoloną s .

3. Program komputerowy do badań układów określonych transmitancją operatorową

Do badań symulacyjnych układów określonych transmitancją operatorową użyty będzie program komputerowy dostępny na stronie WWW Laboratorium:
http://wikidydz.iem.pw.edu.pl/index.cgi/LWO/LWO_cw6transm

Jest to program napisany w Javie, uruchamiany bezpośrednio z przeglądarki internetowej bez potrzeby instalacji w komputerze studenta. Do działania wymagana jest jedynie obecność darmowej maszyny wirtualnej Javy (jre). W razie braku maszyny wirtualnej na komputerze zostanie wyświetlony odpowiedni komunikat z propozycją jej pobrania i zainstalowania.

Rysunek 1 przedstawia główne okno programu do symulacji układów określonych transmitancją operatorową.

Rys. 1. Okno programu do badań układów określonych transmitancją operatorową

Program posiada interfejs graficzny i jest w pełni obsługiwany przy pomocy myszy. W lewej części okna użytkownik może wybrać stopień licznika i mianownika transmitancji (pole 1) oraz określić zakres pulsacji (pole 2), dla którego wykreślane będą charakterystyki częstotliwościowe. W programie założono, że maksymalny rząd układu nie powinien przekroczyć wartości 9.

W prawej części okna wyświetlane są pola edycyjne, w które można wpisać wartości wszystkich współczynników wielomianu licznika (pole 3) i mianownika (pole 4). W przypadku wybranego stopnia licznika i mianownika mniejszego niż 9, nadmiarowe okna edycyjne dla nieużywanych współczynników nie są wyświetlane.

Wykorzystując opisane w drugim punkcie instrukcji zależności częstotliwościowe program wykreśla charakterystyki amplitudowe (liniową i logarytmiczną wyrażoną w decybelach) oraz charakterystykę fazową w stopniach. Charakterystyki filtra zostają wykreślone w oddzielnych oknach, pozwalających na skalowanie oraz oglądanie w powiększeniu poszczególnych odcinków krzywych.

UWAGA: W zależności od przeglądarki, w której uruchamiany jest program okna z wykresami mogą wyświetlić cię pod lub nad oknem głównym programu.

4. Program komputerowy do badań układów drugiego rzędu – filtrów bikwadratowych KHN

Do badań symulacyjnych układów drugiego rzędu KHN użyty będzie program komputerowy dostępny na stronie WWW Laboratorium:

http://wikidyd.iem.pw.edu.pl/index.cgi/LWO/LWO_cw6khn

Jest to program napisany w Javie, uruchamiany bezpośrednio z przeglądarki internetowej bez potrzeby instalacji w komputerze studenta. Do działania wymagana jest jedynie obecność darmowej maszyny wirtualnej Javy (jre). W razie braku maszyny wirtualnej na komputerze zostanie wyświetlony odpowiedni komunikat z propozycją jej pobrania i zainstalowania.

Rysunek 2 przedstawia główne okno programu do symulacji układów KHN.

Rys. 2. Okno programu do badań układów określonych transmitancją operatorową

Program komputerowy powiązany jest ściśle z rzeczywistym układem Kerwina-Huelsmana-Newcomba [2]. Oprócz funkcji typowo symulacyjnej, program jest jednocześnie pomocą przy ustalaniu parametrów filtra zbudowanego z rzeczywistych elementów elektronicznych. Program na podstawie podanych parametrów projektowanego filtra oblicza wartości elementów rezystancyjnych i pojemnościowych użytych w realizacji sprzętowej.

Na głównym oknie programu wyróżnić można:

1. Panel przełączników, którymi określa się typ projektowanego filtra
2. Pola edycyjne pozwalające na ustalenie częstotliwości krytycznej ω_0 i dobroci Q .
3. Panel z polami edycyjnymi do określenia zakresów częstotliwości i czasu na rysowanych wykresach.
4. Menu pozwalające na wybór realizacji sprzętowej – filtr z wejściem odwracającym lub nieodwracającym.

5. Pola edycyjne pozwalające na wybór wartości elementów rezystancji i pojemności.
6. Pola edycyjne wyświetlające obliczone wartości elementów rezystancji odpowiadających za parametry wzmocnienia, częstotliwości krytycznej oraz dobroci filtru, bez możliwości edycji.
7. Pola edycyjne wyświetlające obliczone wartości wzmocnienia dla trzech filtrów.
8. Pole statusu wyświetlające komunikaty lub błędy.
9. Pola wyboru rysowanych wykresów.
10. Przycisk uruchamiający obliczenia. Po zakończeniu obliczeń wartości parametrów filtru są wyświetlane w polach 6 i 7.
11. Przycisk uruchamiający obliczenia i rysowanie wykresów. Po zakończeniu obliczeń wartości parametrów filtru są wyświetlane w polach 6 i 7. Wyświetlane zostają ponadto okna graficzne z wykresami wybranych w polach 9 charakterystykami częstotliwościowymi oraz odpowiedziami czasowymi dla 3 filtrów.

UWAGA: W zależności od przeglądarki, w której uruchamiany jest program okna z wykresami mogą wyświetlić cię pod lub nad oknem głównym programu.

5. Program badań

Przy użyciu omówionych w instrukcji programów komputerowych należy przeprowadzić symulację układów określonych transmitancją operatorową dla parametrów podanych przez prowadzącego.

Wykonać także wykresy charakterystyk częstotliwościowych – amplitudowej i fazowej oraz odpowiedzi na wymuszenie jednostkowe oraz impulsem Diraca.

Dla układów KHN należy zbadać możliwość realizacji praktycznej zaprojektowanego filtru, tzn. czy obliczone wartości elementów elektronicznych są realne.

6. Badanie układów pierwszego rzędu

Należy wprowadzić wartości współczynników licznika i mianownika transmitancji operatorowej do programu oraz obserwować charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową, amplitudową logarytmiczną oraz częstotliwościową dla układów pierwszego rzędu:

Układ całkujący

Transmitancja idealnego układu całkującego definiowana jest w postaci

$$T(s) = \frac{k}{s}$$

Układ różniczkujący

Transmitancja idealnego układu różniczkującego definiowana jest w postaci

$$T(s) = ks$$

Przesuwnik fazowy

Transmitancję przesuwника fazowego określa zależność

$$T(s) = \frac{-s + a}{s + a}$$

Zbadać zmianę charakterystyk przy różnych wartościach współczynników k i a .

7. Badanie układów drugiego rzędu

Należy dokonać symulacji przykładowych filtrów KHN o parametrach:

- **Filtry dolnoprzepustowe**

$C=1\text{ nF}$

- a) $A_{DP}=2, \quad f_0=400\text{Hz}, \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) $A_{DP}=1, \quad f_0=250\text{Hz}, \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $A_{DP}=2, \quad f_0=550\text{Hz}, \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- **Filtry górnoprzepustowe**

$C=1\text{ nF}$

- a) $A_{GP}=2, \quad f_0=7000\text{Hz}, \quad Q = 1$
- b) $A_{GP}=1.5, \quad f_0=6500\text{Hz}, \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $A_{GP}=3, \quad f_0=6500\text{Hz}, \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- **Filtry środkowoprzepustowe**

$C=1\text{ nF}$

- a) $A_{SP}=2, \quad f_0=500\text{Hz}, \quad Q = 4$
- b) $A_{SP}=1, \quad f_0=750\text{Hz}, \quad Q = 3$
- c) $A_{SP}=4, \quad f_0=550\text{Hz}, \quad Q = 2$

8. Badanie układów wyższego rzędu

Wprowadzić wartości współczynników licznika i mianownika transmitancji operatorowej do programu oraz obserwować charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową, amplitudową logarytmiczną oraz częstotliwościową dla układów wyższego rzędu:

a)
$$T(s) = \frac{0.003s^4 + 0.082s^2 + 0.287}{s^4 + 0,945s^3 + 1,487s^2 + 0,778s + 0,322}$$

$$b) T(s) = \frac{7}{5s^3 + 7s^2 + 8s + 2}$$

$$c) T(s) = \frac{3s^4 + 4s^2 + 7}{s^6 + s^3 + s^2}$$

9. Opracowanie wyników

Wykonać wykresy charakterystyk częstotliwościowych – amplitudowej, amplitudowej w skali logarytmicznej i fazowej oraz odpowiedzi na wymuszenie jednostkowe oraz impuls Diraca.

Dla badanych filtrów KHN na podstawie zaobserwowanych pomiarów i wykonanych obliczeń należy wykreślić charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową, amplitudową w skali logarytmicznej oraz fazową i na ich podstawie obliczyć dobroć i częstotliwość krytyczną.

Dla układów KHN należy zbadać możliwość realizacji praktycznej zaprojektowanego filtra, tzn. czy obliczone wartości elementów elektronicznych są realne.

W sprawozdaniu należy zamieścić własne wnioski i spostrzeżenia.

10. Literatura

1. S. Osowski, K. Siwek, M. Śmiałek, Teoria obwodów, OWPW, Warszawa, 2006
2. Laboratorium elektrotechniki teoretycznej – praca zbiorowa pod redakcją Stanisława Osowskiego, OWPW, Warszawa, 1989
3. S. Bolkowski, Teoria obwodów, WNT
4. K. Mikołajuk, Podstawy analizy obwodów energoelektronicznych, PWN, Warszawa, 1998