

L6 - Obwody nieliniowe i optymalizacja obwodów

1. Funkcje optymalizacji

Tabela 1 Zestawienie najważniejszych funkcji optymalizacyjnych Matlab [41]

Nazwa funkcji	Rodzaj rozwiązywanego zadania	Matematyczny opis zadania
fminbnd	Minimalizacja funkcji jednej zmiennej	$\min f(x)$ $L \leq x \leq U$
fminsearch	Minimalizacja funkcji wielu zmiennych bez ograniczeń metodą simpleksu	$\min f(\mathbf{x})$
fminunc	Minimalizacja funkcji wielu zmiennych bez ograniczeń metodami gradientowymi	$\min f(\mathbf{x})$
linprog	Programowanie liniowe	$\min \mathbf{f}^T \mathbf{x}$ $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ $\mathbf{A}_e \mathbf{x} = \mathbf{b}_e$ $\mathbf{L} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{U}$
quadprog	Programowanie kwadratowe	$\min 0,5 \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{f}^T \mathbf{x}$ $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ $\mathbf{A}_e \mathbf{x} = \mathbf{b}_e$ $\mathbf{L} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{U}$
fmincon	Minimalizacja funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami	$\min f(\mathbf{x})$ $\mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ $\mathbf{c}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ $\mathbf{A}_e \mathbf{x} = \mathbf{b}_e$ $\mathbf{L} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{U}$
fminimax	Optymalizacja minimaksowa	$\min \max \{f_i(\mathbf{x})\}$ $\mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ $\mathbf{c}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ $\mathbf{A}_e \mathbf{x} = \mathbf{b}_e$ $\mathbf{L} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{U}$
fzero	Określenie miejsca zerowego funkcji jednej zmiennej	$f(x)=0$
fsolve	Rozwiązanie układu n funkcji nieliniowych z n niewiadomymi	$\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{0}$
lsqnonlin	Metoda nieliniowa najmniejszych kwadratów	$\min \frac{1}{2} \ \mathbf{f}(\mathbf{x})\ _2^2 = \frac{1}{2} \sum_i f_i(\mathbf{x})^2$ $\mathbf{L} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{U}$

Opcje sterowania optymalizacją

options=optimset

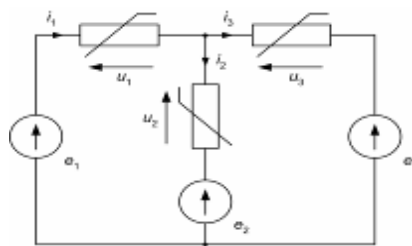
DerivativeCheck: [on | {off}]
 Diagnostics: [on | {off}]
 DiffMaxChange: [positive scalar {1e-1}]
 DiffMinChange: [positive scalar {1e-8}]
 Display: [off|iter|notify|final]
 GoalsExactAchieve: [positivescalar|{0}]
 GradConstr: [on|{off}]
 GradObj: [on|{off}]
 Hessian: [on|{off}]
 HessMult: [function|{[]}]
 HessPattern: [sparsematrix|{sparse(ones(NumberOfVariables))}]
 HessUpdate: [dfp|gillmurray|steepdesc|{bfgs}]
 Jacobian: [on|{off}]
 JacobMult: [function|{[]}]
 JacobPattern: [sparsematrix|{sparse(ones(Jrows,Jcols))}]
 LargeScale: [{on} |off]
 LevenbergMarquardt:[on|off]
 LineSearchType:[cubicpoly|{quadcubic}]
 MaxFunEvals:[positivescalar]
 MaxIter:[positivescalar]
 MaxPCGIter:[positivescalar|{max(1,floor(numberOfVariables/2))}]
 MeritFunction:[singleobj|multiobj]
 MinAbsMax:[positivescalar|{0}]
 PrecondBandWidth:[positivescalar|{0}|Inf]
 TolCon:[positivescalar]
 TolFun:[positivescalar]
 TolPCG:[positivescalar|{0.1}]
 TolX:[positivescalar]
 TypicalX:[vector|{ones(NumberOfVariables,1)}]

2. Rozwiązywanie obwodów nieliniowych rezystancyjnych

a) Obwód nieliniowy

$$i_1 = 3u_1^3, \quad i_2 = 5u_2^5 + 2u_2, \quad u_3 = i_3^3 - 9i_3, \quad e_2 = 1V, \quad e_3 = 5V$$

Należy zbadać rozwiązanie obwodu (napięcia u_1 i u_2 oraz prąd i_3) przy zmianie wymuszenia napięciowego e_1 od -2V do 3V.



Rys. 1 Obwód nieliniowy poddany analizie

Równania obwodu

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$e_1 = u_1 + u_2 + e_2$$

$$e_1 = u_1 + u_3 + e_3$$

$$-3u_1^3 + 5u_2^5 + 2u_2 + i_3 = 0$$

$$u_1 + u_2 - e_1 + e_2 = 0$$

$$u_1 + i_3^3 - 9i_3 - e_1 + e_3 = 0$$

Wektor $\mathbf{x}=[u_1, u_2, i_3]^T$

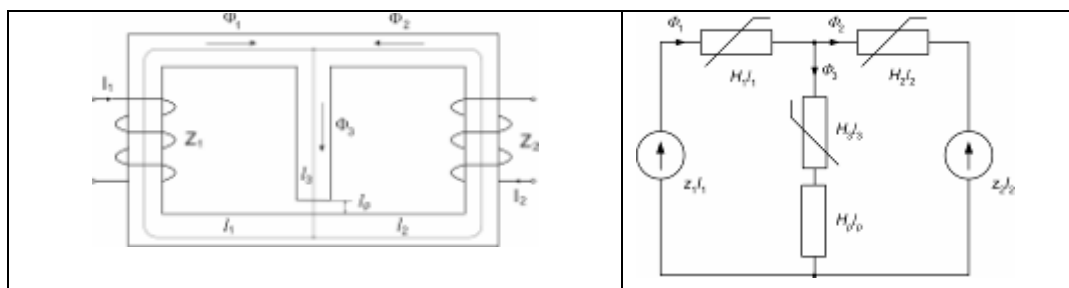
Program główny

Uwaga: Zmiana wartości wymuszenia e_1 odbywa się w programie przy pomocy parametru $p1$.

```
% Plik główny rozwiązania obwodów nieliniowych
options=optimset('LargeScale','off','MaxFunEvals', 1000)
p1=-2:.2:3;
x0=[0 0 0];
np=length(p1);
for i=1:np
    e1=p1(i);
    [x,fval]=fsolve('objniel',x0,options,e1)
    y(i,:)=x;
end
plot(p1,y(:,1),'-',p1,y(:,2),'--',p1,y(:,3),'-.')
grid
title('Rozwiązanie obwodu nieliniowego')
legend('u1','u2','i3')

function f=objniel(x,e1)
% Plik definiujący funkcję celu dla obwodu nieliniowego
u1=x(1); u2=x(2); i3=x(3);
e2=1; e3=5;
f(1)=-3*u1^3+5*u2^5+2*u2+i3;
f(2)=u1+u2-e1+e2;
f(3)=u1+i3^3-9*i3-e1+e3;
```

b) Obwód magnetyczny



Rys. 2 Schemat obwodu magnetycznego (a) i jego odpowiednik elektryczny (b)

Opis matematyczny krzywej magnesowania pomiędzy punktami danymi krzywej magnesowania wykorzystywać będzie aproksymację odcinkami wielomianową [34,36] (funkcja sklejana – *spline*).

$$\mathbf{B}=\text{spline}(\mathbf{H}\mathbf{H},\mathbf{B}\mathbf{B},\mathbf{H})$$

Parametry wejściowe $\mathbf{H}\mathbf{H}$, $\mathbf{B}\mathbf{B}$ oznaczają wektory zmiennych niezależnych $\mathbf{H}\mathbf{H}$ oraz zależnych $\mathbf{B}\mathbf{B}$ (punkty dyskretne krzywej magnesowania zadane przez użytkownika). \mathbf{H} jest aktualną wartością natężenia magnetycznego dla której poszukuje się odpowiadającej jej indukcji \mathbf{B} .

$$H_1 l_1 + H_3 l_3 + H_p l_p - z_1 I_1 = 0$$

$$H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_p l_p - z_2 I_2 = 0$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0$$

$$H_1 l_1 + H_3 l_3 + l_p F(H_3) / \mu_0 - z_1 I_1 = 0$$

$$H_2 l_2 + H_3 l_3 + l_p F(H_3) / \mu_0 - z_2 I_2 = 0$$

$$S_1 F(H_1) + S_2 F(H_2) - S_3 F(H_3) = 0$$

Jest to równanie $\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{0}$ z wektorem \mathbf{x} w postaci $\mathbf{x}=[H_1, H_2, H_3]^T$.

Program główny

Uwaga: Zmiana wartości wymuszenia $i1$ odbywa się w programie przy pomocy parametru $p1$.

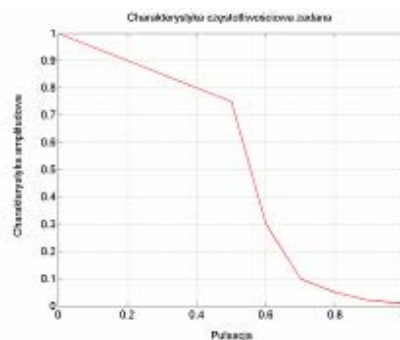
```
% Program główny do rozwiązania obwodu magnetycznego
global HH
global BB
global p
H0=[0 0 0];
p=[ -1 -0.5  0 0.5  1 1.5 2];
% Krzywa magnesowania
HH = [-4500 -4000 -3500 -3000 -2500 -2000 -1500 -1000 -500 ...
      0 500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 4000 4500 5000 5500];
BB = [-1.63 -1.60 -1.56 -1.51 -1.45 -1.38 -1.25 -1.0 -0.62 ...
      0 0.62 1.0 1.25 1.38 1.45 1.51 1.56 1.60 1.63 1.65 1.66];
%Pętla obliczeń dla kolejnych wymuszeń w wektorze p
for i=1:length(p)
    il=p(i)
    H=fsolve('fun_magn', H0,optimset('fsolve'),il);
    y1(i,:)=H;
    y2(i,:)=spline(HH,BB,H);
end
% Wykresy graficzne
subplot(211),plot(p,y1(:,1),'-', p,y1(:,2),'--', p,y1(:,3),'-.' )
grid, xlabel('i1'), ylabel('H1, H2, H3')
subplot(212),plot(p,y2(:,1),'-', p,y2(:,2),'--', p,y2(:,3),'-.' )
grid, xlabel('i1'), ylabel('B1, B2, B3')
```

Plik funkcyjny

```
function f=fun_magn(H, il)
global HH, global BB
% Dane obwodu magnetycznego
l1=0.20; l2=0.10; l3=0.20; lp=0.001;
s1=0.001; s2=0.002; s3=0.001;
z1=1000; z2=500; i2=1.5; mi0=4*pi*1e-7;
% Określenie wartości aktualnej indukcji
B(1)=spline(HH, BB, H(1));
B(2)=spline(HH, BB, H(2));
B(3)=spline(HH, BB, H(3));
% Rownania obwodu
f(1) = H(1)*l1 + H(3)*l3 + lp*B(3)/mi0 - z1*i1;
f(2) = H(2)*l2 + H(3)*l3 + lp*B(3)/mi0 - z2*i2;
f(3) = s1*B(1) + s2*B(2) - s3*B(3);
```

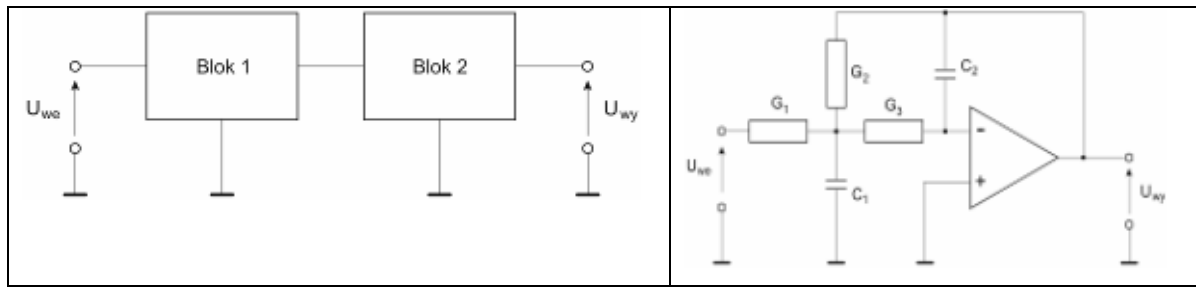
3. Zastosowanie optymalizacji w projektowaniu częstotliwościowym obwodów

Projektowanie filtra elektrycznego w dziedzinie częstotliwości



Rys. 3 Zadana charakterystyka częstotliwościowa filtra

Obwód podlegający optymalizacji składać się będzie z dwu kaskadowo połączonych bloków bikwadratowych (rys. 10.4a) o strukturze RC z wielopętlowym sprzężeniem zwrotnym [54] przedstawionej na rys. 10.4b.



Rys. 4 Obwód filtru podlegający optymalizacji: a) postać ogólna kaskadowego połączenia dwu sekcji bikwadratowych, b) struktura sekcji bikwadratowej

Postać symboliczna transmitancji napięciowej dla sekcji bikwadratowej

$$H(s) = \frac{-G_1 G_3}{s^2 C_1 C_2 + s C_2 (G_1 + G_2 + G_3) + G_2 G_3}$$

Aktualne charakterystyki częstotliwościowe filtrów w funkcji ω_i

$$|H_1(j\omega_i)| = \frac{G_1 G_3}{\sqrt{[G_2 G_3 - \omega_i^2 C_1 C_2]^2 + [\omega_i C_2 (G_1 + G_2 + G_3)]^2}}$$

$$|H_2(j\omega_i)| = \frac{G_4 G_6}{\sqrt{[G_5 G_6 - \omega_i^2 C_3 C_4]^2 + [\omega_i C_4 (G_4 + G_5 + G_6)]^2}}$$

Aktualna charakterystyka amplitudowa układu kaskadowego filtrów H_{akt}

$$H_{akt}(i) = |H_1(j\omega_i)| \times |H_2(j\omega_i)|$$

oraz minimalizowaną postać funkcji celu w postaci wektora wartości absolutnych różnic między charakterystyką aktualną i zadaną dla pulsacji ω_i .

$$f_i = f(x, \omega_i) = |H_{akt}(i) - H_{zad}(i)|$$

Liczba funkcji f_i podlegająca optymalizacji minimaksowej jest równa liczbie punktów częstotliwościowych dla których zdefiniowana jest wartość zadana $H_{zad}(i)$.

Program główny optymalizacji

```
% Optymalizacja minimaksowa filtru 4-go rzędu
global omega
global hzad
L=[0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
x0=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
%options=optimset('Tolcon', 1e-8, 'Tolx',1e-8)
omega=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1];
hzad=[1 0.95 0.9 0.85 0.8 0.75 0.3 0.1 0.05 0.02 0.01];
[x, fval,maxfval,exitflag,output]=fminimax('objfiltr',x0,[],[],[],[],L)
g1=x(1); g2=x(2); g3=x(3); c1=x(4); c2=x(5);
g4=x(6); g5=x(7); g6=x(8); c3=x(9); c4=x(10);
nom=length(omega);
for i=1:nom
    h1(i)=g1*g3/sqrt((g2*g3-omega(i)^2*c1*c2)^2+(omega(i)*c2*(g1+g2+g3))^2);
    h2(i)=g4*g6/sqrt((g5*g6-omega(i)^2*c3*c4)^2+(omega(i)*c4*(g4+g5+g6))^2);
    hak(i)=h1(i)*h2(i);
    error(i)=hak(i)-hzad(i);
end
figure(1); plot(omega,hzad,'r-');grid
figure(2); subplot(2,1,1);plot(omega,hzad,'k--',omega,hak,'k-');grid
title('Charakterystyki częstotliwościowe filtru')
legend('Zadana','Zrealizowana')
subplot(2,1,2);plot(omega,error);grid;xlabel('Pulsacja')
title('Błąd dopasowania charaktersytyki')
```

```

Plik definiujący funkcję celu
function f=objfiltr(x)
global omega
global hzad
% Plik OBJFILTR definiujący funkcję celu do projektowania minimkasowego filtru
waga=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
nom=length(omega);
g1=x(1); g2=x(2); g3=x(3); c1=x(4); c2=x(5);
g4=x(6); g5=x(7); g6=x(8); c3=x(9); c4=x(10);
for i=1:nom
    h1(i)=g1*g3/sqrt((g2*g3-omega(i)^2*c1*c2)^2+(omega(i)*c2*(g1+g2+g3))^2);
    h2(i)=g4*g6/sqrt((g5*g6-omega(i)^2*c3*c4)^2+(omega(i)*c4*(g4+g5+g6))^2);
    hakt(i)=h1(i)*h2(i);
    error(i)=hakt(i)-hzad(i);
    f(i)=abs(error(i))*waga(i);
end

```

4. Zadania i problemy

Zadanie 1

Wyznaczyć rozwiązanie układu równań nieliniowych z użyciem funkcji *fsolve*

$$x_1^3 + x_2 - x_3^2 = 0$$

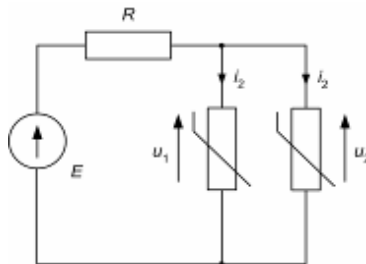
$$2x_1 - 5x_3^3 - 6 = 0$$

$$x_2 + 4x_3^2 = 0$$

Zadanie 2

Napisać układ równań nieliniowych opisujących obwód z rys. Z1, jeśli $R=2\Omega$, $i_1 = 5u_1^3 + 20u_1$, $i_2 = 4u_2^2$, $E=10V$.

Określić rozwiązanie tego obwodu stosując funkcję *fsolve*.



Rys. Z1 Struktura obwodu do zadania

Zadanie 2

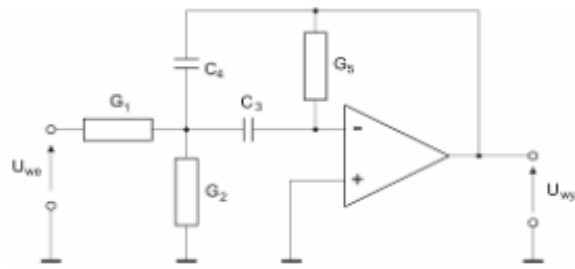
Określić natężenie pola magnetycznego i indukcję wewnątrz dławika ze szczeliną powietrzną. Uzwojenie dławika składa się z 200 zwojów, przez które przepływa prąd $I=1A$. Wymiary: długość drogi w żelazie 30cm, długość szczeliny 1mm, przekrój poprzeczny dławika $9cm^2$. Krzywa magnesowania żelaza jak w treści rozdziału. W rozwiązaniu zadania posłużyć się funkcją *fsolve* Matlaba.

Zadanie 3

Napisać program optymalizacyjny do aproksymacji funkcji trójkątnej za pomocą wielomianu siódmego rzędu. Zastosować sformułowanie problemu jako zadanie programowania minimaxowego oraz najmniejszych kwadratów. Wykreślić na jednym wykresie funkcję zadaną oraz jej aproksymację wielomianową dla obu przypadków rozwiązania.

Zadanie 4

Napisać program do optymalizacyjnego doboru wartości elementów filtru środkowoprzepustowego znormalizowanego o paśmie przepustowym $[0,3 \ 0,7]$. Filtr złożony jest z dwu sekcji bikwadratowych o strukturze przedstawionej na rys. Z2.



Rys. Z2 Struktura filtru bikwadratowego środkowoprzepustowego

Transmitancja sekcji bikwadratowej dana jest wzorem

$$H(s) = \frac{-sG_1/C_4}{s^2 + s(G_5/C_4 + G_5/C_3) + G_5(G_1 + G_2)/C_3C_4}$$