

Ćwiczenie Nr 6c
**MODELOWANIE ZMIAN ZAWARTOŚCI CUKRU I INSULINY WE
 KRWI**

Autor: S. Osowski

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest modelowanie zjawisk dotyczących zmiany zawartości cukru i insuliny we krwi człowieka zdrowego i chorego na cukrzyce po spożyciu posiłku i (w przypadku cukrzyka) po podaniu dawki insuliny.

2. Model matematyczny

Zmiany zawartości cukru i insuliny we krwi człowieka opisują równania stanu o postaci

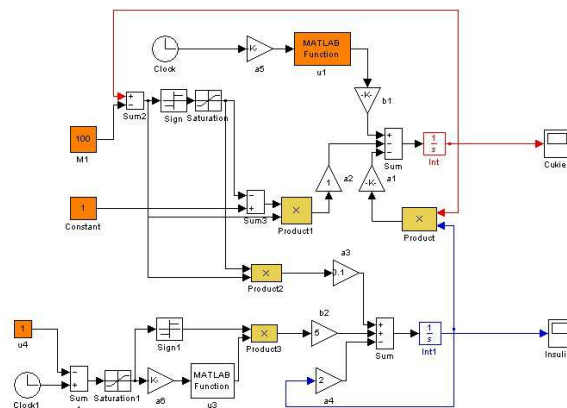
$$\frac{dx_1}{dt} = -a_1 x_1 x_2 + a_2 (x_1 - M_1) [1 - \text{sgn}(x_1 - M_1)] + b_1 u_1 \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_3 (x_1 - M_1) \text{sgn}(x_1 - M_1) - a_4 x_2 + b_2 u_2$$

gdzie funkcja $\text{sgn}(x_1 - M_1)$ jest zdefiniowana następująco:

$$\text{sgn}(x_1 - M_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x_1 \leq M_1 \\ 1 & \text{dla } x_1 > M_1 \end{cases} \quad (2)$$

Równania (1) - (2) stanowią zestaw 2 równań różniczkowych sprzężonych ze sobą. Model tych równań może być zaimplementowany w Simulinku w postaci przedstawionej na rysunku 1.



Rysunek 1. Model mian zawartości cukru i insuliny we krwi

Typowe wartości współczynników równania to

- dla człowieka zdrowego

$$a_1 = 0.05 \frac{\text{cm}^3}{\text{hmg}}, a_2 = 1.0 \text{ 1/h}, a_3 = 0.5 \text{ 1/h}, a_4 = 2.0 \text{ 1/h}, b_1 = b_2 = 1.0 \text{ 1/h}, M_1 \leq 100 \text{ mg/dl.}$$
- dla cukrzyka

$$a_1 = 0.05 \frac{\text{cm}^3}{\text{hmg}}, a_2 = 1.0 \text{ 1/h}, a_3 = (0.0001 - 0.01) \text{ 1/h}, a_4 = 2.0 \text{ 1/h}, b_1 = b_2 = 1.0 \text{ 1/h}$$

W badaniach przyjęć wartość M_1 równą 100. Jak widać z tych równań podstawowa różnica między modelem odpowiadającym człowiekowi zdrowemu i choremu tkwi w wartości parametru a_3 . Jest on różny od zera dla

człowieka zdrowego i bliski zero w przypadku cukrzyka. Wartość zerowa oznacza brak sprzężenia między poziomem cukru i poziomem insuliny we krwi, który powoduje perturbacje w przemianie materii.

3. Program badań

Badania dotyczą zmian zawartości cukru i insuliny we krwi człowieka zdrowego i chorego przy wykorzystaniu modelu przedstawionego na rysunku. W szczególności należy przeprowadzić następujące eksperymenty numeryczne wykorzystując model **insulina.mdl**:

1. Zidentyfikować parametry wbudowane modelu. Założyć wartości parametrów odpowiadające człowiekowi zdrowemu. Dla takiego modelu zbadać zmiany $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$ przy różnych warunkach początkowych procesu i po spożyciu (lub nie) posiłku:

- warunki początkowe $x_1(0) = M_1, x_2(0) = 0$ i $u_1(t) = R_1 e^{-(t-t_0)/\tau}$
- warunki początkowe $x_1(0) > M_1, x_2(0) > 0$ i $u_1(t) = R_1 e^{-(t-t_0)/\tau}$
- warunki początkowe $x_1(0) > M_1, x_2(0) = 0$ i $u_1(t) = R_1 e^{-(t-t_0)/\tau}$

Przyjąć w badaniach $t_0 = 0, \tau_1 = 0.6$ godz. oraz wybraną wartość stałej R_1 ($0 \leq R_1 \leq 100 \text{ mg/h}$). Wartość $R_1 = 0$ odpowiada brakowi posiłku, $R_1 \neq 0$ – określone mu spożyciu żywności. Dla każdego przypadku zarejestrować zmiany $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$.

2. Założyć wartości parametrów modelu odpowiadające człowiekowi choremu na cukrzycę. Wartość parametru a_3 przyjąć zgodnie z poleceniami prowadzącego zajęcia ($0.0001 \leq a_3 \leq 0.01$). Zbadać przebieg czasowy zmian poziomu cukru i insuliny w tych samych warunkach badań, co w punkcie poprzednim. Zarejestrować zmiany $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$.

3. Zbadać wpływ wartości parametru a_3 na przebiegi $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$. W tym celu założyć różne wartości współczynnika a_3 i dobrać minimalną dawkę insuliny mierzoną wartością współczynnika b_2 tak, aby dojść w czasie nie dłuższym niż 8 godzin z poziomem cukru do pożądanej wartości ustalonej równej 100. Wyniki badań zanotować w tabeli 1.

Tabela 1

Wartość a_3	0.1	0.01	0.0001	0.0
Dawka b_2				

4. Przedyskutować i zinterpretować uzyskane wyniki dotyczące wszystkich punktów programu badań.

Wyniki zapisane w tabelach należy zaprezentować w formie wykresów.