

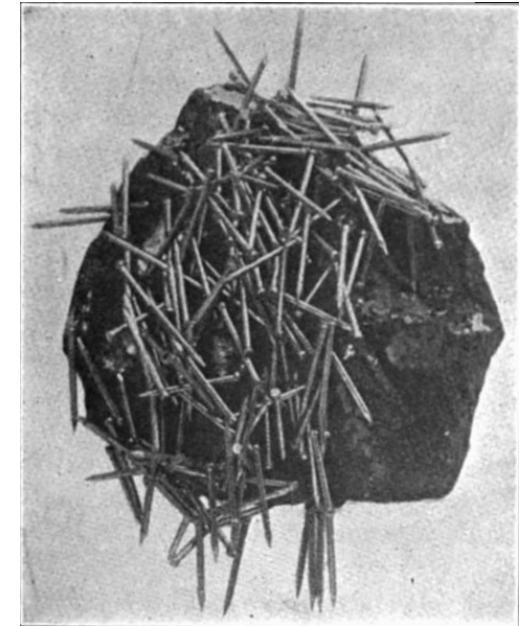
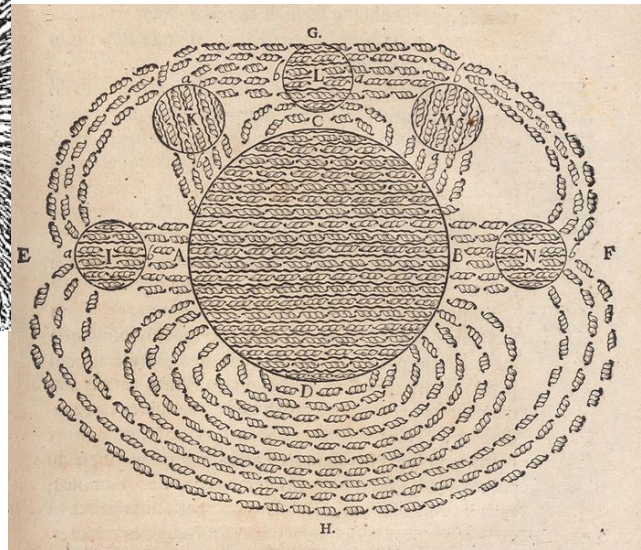
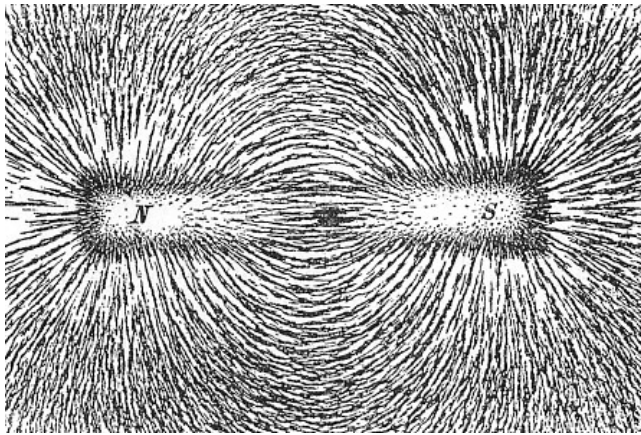
Podstawy elektromagnetyzmu

Wykład 6

Magnetostatyka 1

Historia

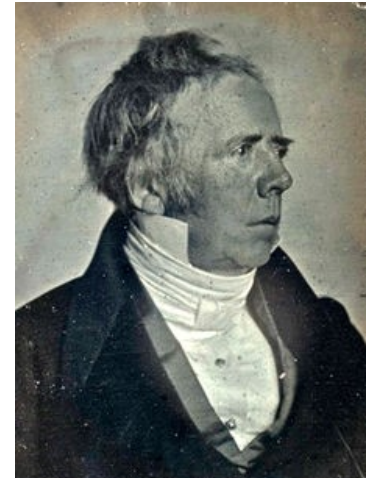
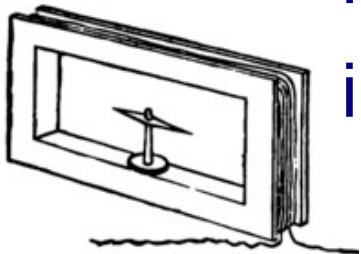
- Magnetyt: naturalne magnesy (Grecy)
- Kompas magnetyczny (Chiny X w., Arabowie, Europa XII w.)



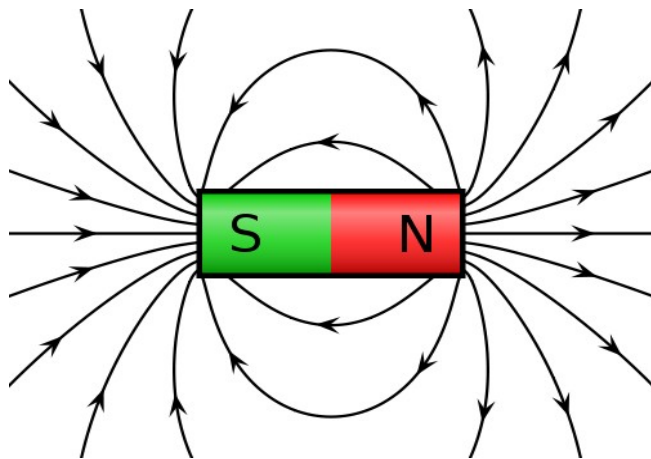
René Descartes, 1644.

Historia badań

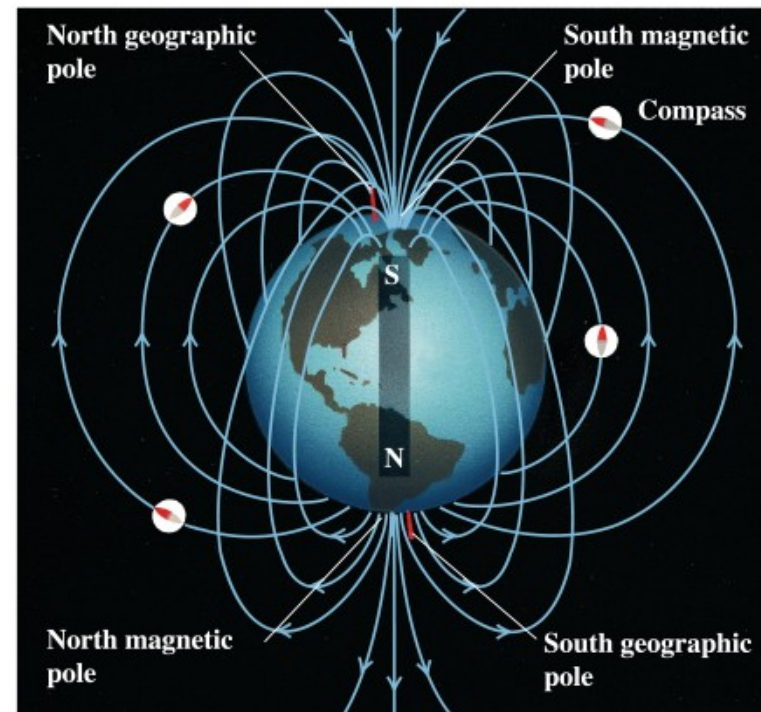
- Hans Christian Ørsted 1777-1851
 - W kwietniu 1820 zauważył interakcję prądu i kompasu → wykrył, że przewód z prądem jest źródłem pola magn.
- André-Marie Ampère (1775-1836)
 - We wrześniu 1820 roku opracował matematyczny opis interakcji prądu i pola magnetycznego



Pole magnetyczne Ziemi



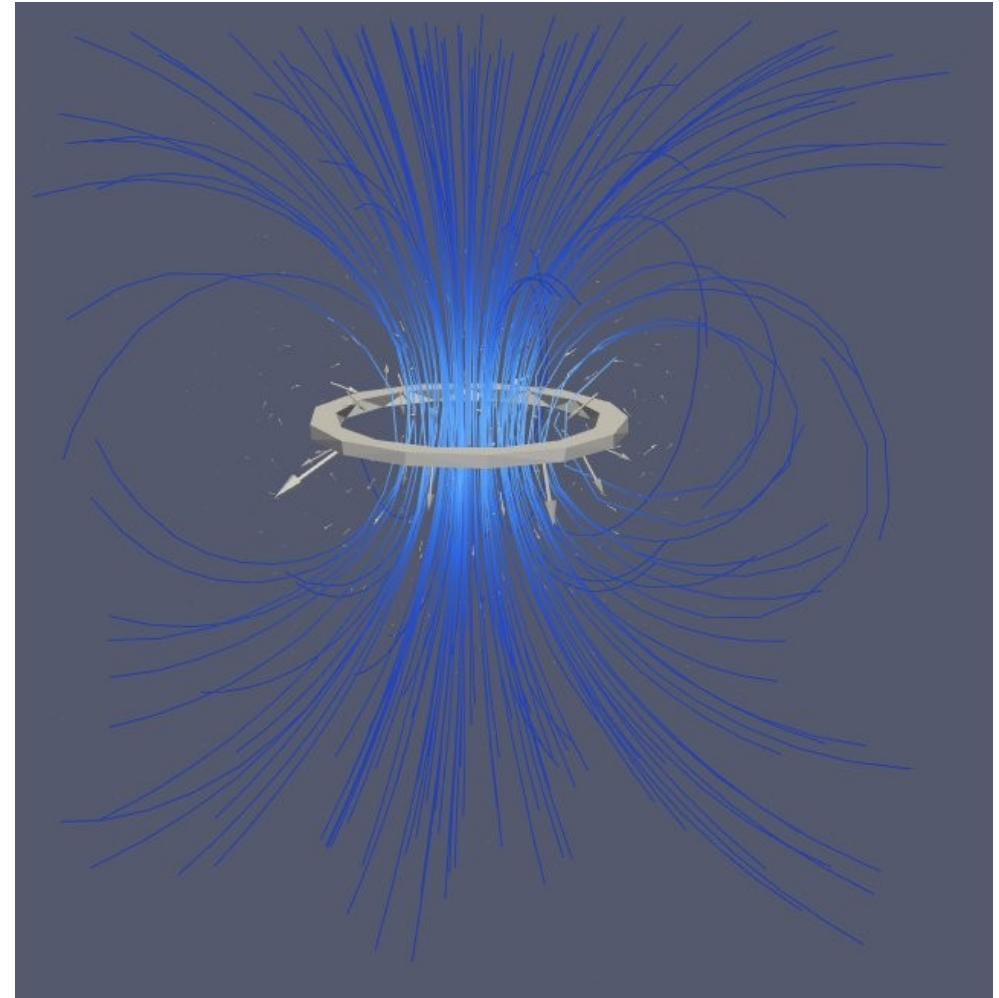
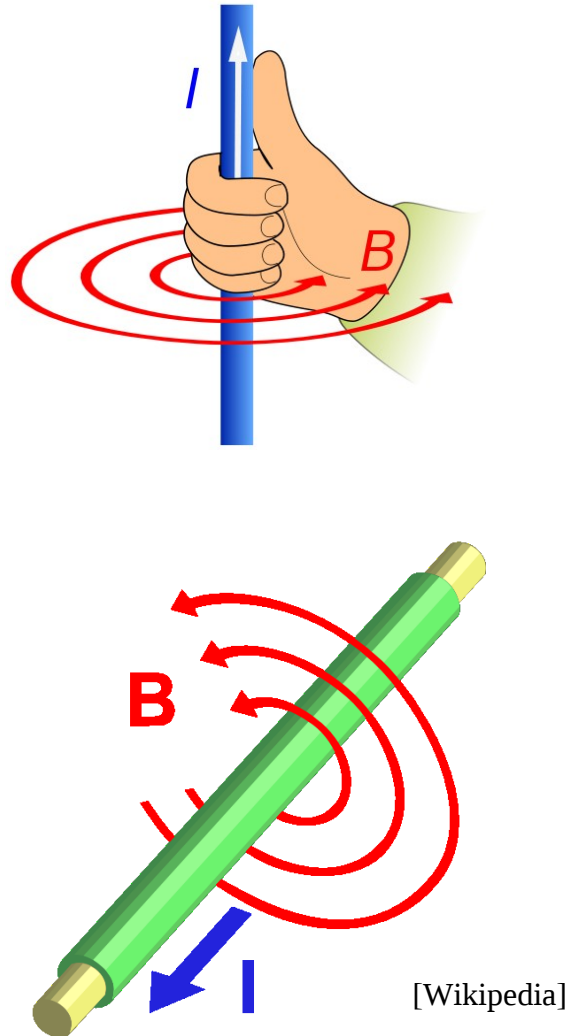
[Wikipedia]



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Północny biegun geograficzny = Południowy biegun magnesu

Zasada prawej dłoni



Opis matematyczny

- Natężenie pola magnetycznego

$$\mathbf{H} \quad [\text{A/m}] - \text{ampery na metr}$$

- Indukcja magnetyczna

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad [\text{T}] - \text{tesla}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

Przenikalność magnetyczna

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

Podatność magnetyczna

Prawo Ampere'a

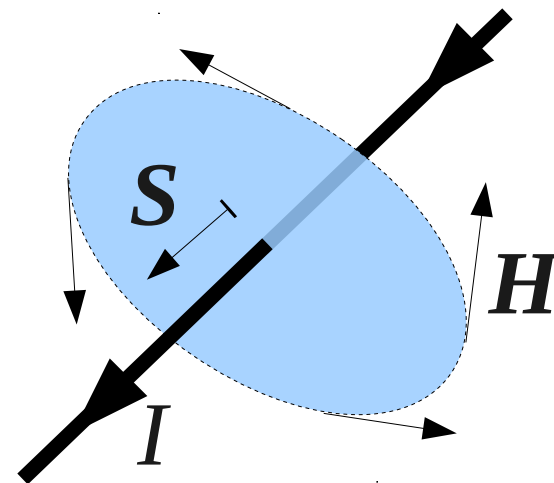
- Prawo Ampère'a

Całka liniowa z wektora natężenia pola magnetycznego wzdłuż zamkniętego konturu jest równy całkowitemu prądowi przepływającemu przez kontur.

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$



Odpowiednik prawa Gaussa

Nie istnieją monopole (ładunki) magnetyczne.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

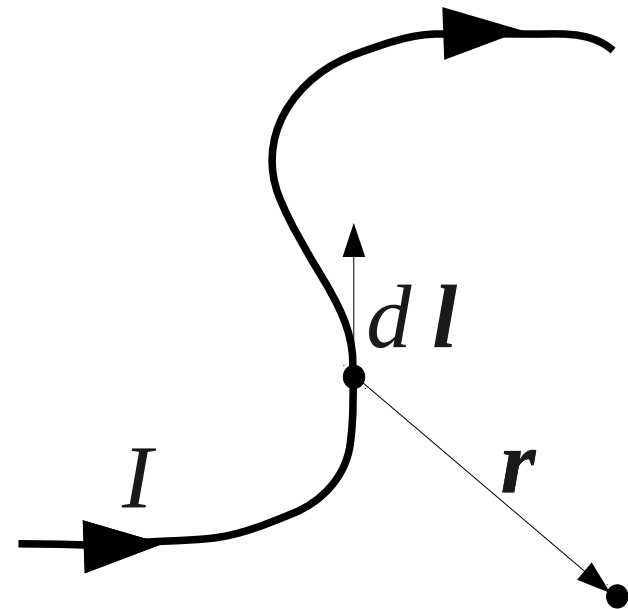
Linie sił pola magnetycznego nie mają początku ani końca.
Każda z nich jest zamknięta (jest pętlą).

Prawo Biota-Savarta

Prawo Biota-Savarta pozwala wyznaczyć pole magnetyczne o ile znane są prądy wytwarzające to pole.

$$\mathbf{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

I – natężenie prądu,
 $d\mathbf{l}$ – wektor jednostkowy,
 \mathbf{B} – pole magnetyczne,
 μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni,
 \mathbf{r} – wektor położenia.



Przykład: pole od prostego przewodu

Zadanie: wyznaczyć pole magnetyczne w otoczeniu prostego przewodu z prądem I .

Prawo Ampere'a:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

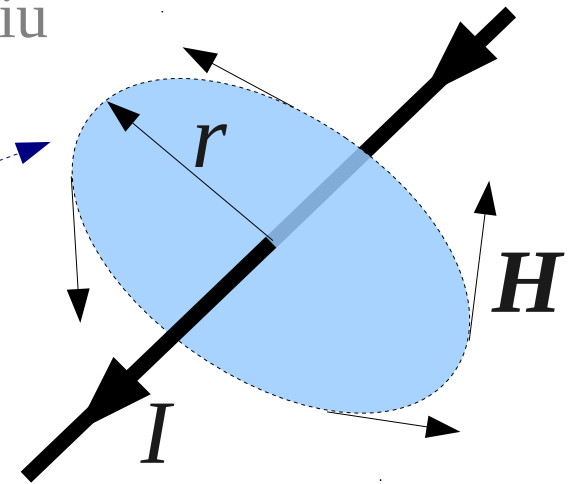
Ze względu na symetrię H jest stałe dla danego r :

$$H \oint_{\text{okrąg o promieniu } r} dl = I$$

$$H 2\pi r = I$$

okrąg o promieniu r

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$



Przykład: przewód w kształcie okręgu

Znajdź natężenie pola magnetycznego w środku przewodu o kształcie okręgu z prądem I .

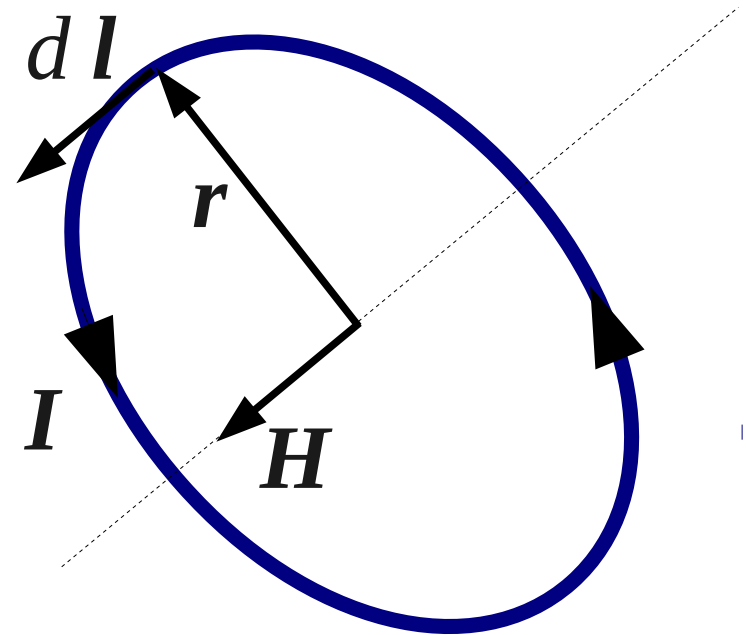
Prawo Biota-Savarte'a:

$$\mathbf{H} = \int_0 \frac{1}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

$$d\mathbf{l} \times \mathbf{r} = |\mathbf{r}| \mathbf{1}_z$$

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi r^2} \int_0 \mathbf{1}_z dl = \frac{I}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r \mathbf{1}_z$$

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2r} \mathbf{1}_z$$



Energia pola magnetycznego

- Objętościowa gęstość energii: $w = \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2}$

- Całkowita energia w objętości:

$$W = \int_V w \, dv$$

- Energia w cewce:

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

Przykład: energia w kablu koncentrycznym

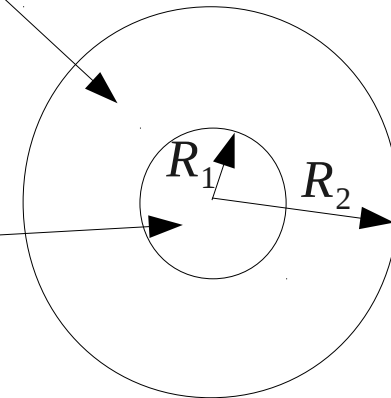
Wyznacz energię zgromadzoną w polu magnetycznym kabla koncentrycznego.

$$w = \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2}$$

$$w_1 = \frac{\mu_0 J^2 r^2}{4}$$

$$H_2 = \frac{J \pi R_1^2}{2 \pi r}$$

$$H_1 = \frac{J r}{2}$$



$$w_2 = \frac{\mu_0 J^2 \pi^2 R_1^4}{8 \pi^2 r^2}$$

$$W = W_1 + W_2 = \int_{r=0}^{R_1} w_1 dv + \int_{r=R_1}^{R_2} w_2 dv$$

Kontynuacja przykładu

$$W_1 = \frac{\mu_0 \pi J^2}{2} \int_{r=0}^{R_1} r^3 dr$$

$$W_2 = \frac{\mu_0 J^2 \pi^2 R_1^4}{4 \pi} \int_{r=R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr$$

$$W_1 = \frac{\mu_0 \pi J^2}{8} R_1^4$$

$$W_2 = \frac{\mu_0 J^2 \pi R_1^4}{4} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

Całkowita energia:

$$W = W_1 + W_2$$